

## Моделирование потока жидкости методом SPH в LS-DYNA®

Эдуард Ирë  
Livermore Software Technology Corporation

### Резюме

В код LS-DYNA была добавлена новая формулировка метода «Гидродинамика сглаженных частиц» (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH). Для коррекции известной проблемы с колебаниями жидкости, возникающей при моделировании жидкостей традиционным методом SPH, был реализован алгоритм сглаживания плотности, основанный на оценке плотности ядра подынтегральной функции. Было применено уравнение состояния для слабо сжимаемой жидкости с целью обеспечения разумной величины ограничений шага по времени и одновременной минимизации эффектов сжимаемости жидкости. Получившаяся формулировка особенно хорошо подходит для задач с течением жидкости со свободной поверхностью и со взаимодействием жидкости и конструкции. Представлены двух- и трехмерные проверочные задачи, а также качественные сравнения с результатами метода несжимаемой вычислительной гидродинамики, полученными при помощи решателя для несжимаемой гидродинамики (ICFD) программы LS-DYNA.

### Введение

Существенную часть ранних применений метода SPH в анализе конструкций составляло моделирование удара, происходящего с высокой скоростью [1, 2], и гиперзвукового удара [3], но в последние годы растет интерес к моделированию течения жидкости. Двумя общими подходами являются несжимаемый SPH метод (incompressible SPH, ISPH) [4], основанный на классическом методе проекций, и слабо несжимаемый метод SPH, в котором давление явным образом вычисляется на основе конкретного уравнения состояния [5], разработанного для минимизации вариаций плотности. Последний метод широко применяется, помимо прочего, для моделирования течений со свободной поверхностью [6, 7], плескания жидкости в емкости [8] и взаимодействия волны и конструкции [9]. Также для ослабления сильных колебаний давления, наблюдавшихся в ранних примерах моделирования течения жидкости, была разработана методика переустановки величины плотности [10]. В настоящей статье мы представляем основы моделирования при помощи метода SPH для слабо сжимаемого потока, его конкретную реализацию в программе LS-DYNA и средства использования этой возможности программы. Приводятся численные примеры и сравнения с расчетом при помощи решателя ICFD программы LS-DYNA и имеющимися экспериментальными данными.

### Метод SPH для слабо сжимаемого потока

Моделировании течения жидкости при помощи метода SPH в LS-DYNA отличается от стандартного анализа конструкций всего несколькими нововведениями. Отталкиваясь от работы [5], мы можем использовать уравнение состояния Мурнагана [11], чтобы обеспечить как квазинесжимаемость потока, так и разумную величину шага по времени при явном расчете. Величина давления  $p$  в любой точке жидкости выражается соотношением

$$p = k_0 \left[ \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^\gamma - 1 \right], \quad (1)$$

где  $\rho_0$  – плотность жидкости в состоянии покоя,  $\gamma$  – параметр, который часто задается равным 7, а параметр  $k_0$  выбирается таким образом, чтобы выполнялось условие

$$c_0 = \sqrt{\frac{\gamma k_0}{\rho_0}} \geq 10v_{\max}, \quad (2)$$

где  $v_{\max}$  – максимальная ожидаемая скорость течения жидкости. Если этот критерий выполняется, то будут обеспечены минимальные изменения плотности и сохранены характеристики квазинесжимаемости жидкости.

Традиционные формулировки метода SPH могут приводить к существенным колебаниям давления при моделировании течения жидкости. Общепринятый подход состоит в том, чтобы использовать схему переустановки значения плотности [10]. Для работы с функциями ядра метода SPHA разработан фильтр Шепарда и применен к полю плотности таким образом, что выполняется условие

$$\rho_I^{new} = \sum_J \rho_J \tilde{W}_{IJ} \frac{m_J}{\rho_J} = \sum_J \tilde{W}_{IJ} m_J, \quad (3)$$

где

$$\tilde{W}_{IJ} = \frac{\tilde{W}_{IJ}}{\sum_K W_{IK} m_K / \rho_K} \quad (4)$$

Поле плотности становится намного более гладким, что в свою очередь производит более гладкое поле давления при обращении к уравнению состояния.

Последний важный момент заключается в применении искусственной вязкости при моделировании. Уравнение импульса в методе SPH можно записать следующим образом:

$$\frac{dv_I}{dt} = - \sum_J m_J \left( \frac{\sigma_I}{\rho_I^2} + \frac{\sigma_J}{\rho_J^2} + \Pi_{IJ} \right) \cdot \nabla W_{IJ}, \quad (5)$$

где  $\sigma_I$  – тензор напряжения частицы  $I$  в обозначениях Вейгта,  $v_I$  – скорость частицы  $I$ , и  $\nabla W_{IJ} = \nabla W(|x - x_J|/h)|_{x \rightarrow x_I}$  – определяемый для частицы  $I$  градиент функции ядра, связанной с частицей  $J$ . Слагаемое  $\Pi_{IJ}$  в формуле (5) – это искусственная вязкость, которая задается зависимостью

$$\Pi_{IJ} = \begin{cases} \frac{-Q_2 \bar{c}_{IJ} \mu_{IJ} + Q_1 \mu_{IJ}^2}{\rho_{IJ}} & \text{если } v_{IJ} \cdot x_{IJ} < 0 \\ 0 & \text{иначе} \end{cases} \quad (6)$$

при  $x_{IJ} = x_I - x_J$ ,  $v_{IJ} = v_I - v_J$  и соотношении

$$\mu_{IJ} = \frac{\bar{h}_{IJ} v_{IJ} \cdot x_{IJ}}{x_{IJ}^2 + 0,01 \bar{h}_{IJ}}. \quad (7)$$

В формуле (7)  $\bar{h} = \frac{h_I + h_J}{2}$ , и  $Q1$  и  $Q2$  – параметры, заданные пользователем. Значения по умолчанию для этих двух параметров хорошо подходят для многих случаев моделирования твердых тел, но приводят к сильной диссипации энергии в большинстве случаев моделирования течения жидкости, особенно для жидкостей с низкой вязкостью, таких как вода. Более подходящие значения параметров  $Q1$  и  $Q2$  предложены в следующем разделе.

### Типичный набор ввода для LS-DYNA

Фильтрация плотности, представленная в предыдущем разделе, реализована в LS-DYNA как новая формулировка в \*Control\_SPH с параметром FORM = 15. Также доступно уравнение состояния Мурнагана в виде ключевого слова: \*EOS\_Murnaghan. Любая часть модели SPH теперь представляется картой \*MAT\_Null, описывающей плотность и вязкость материала, и картой \*EOS\_Murnaghan, описывающей соотношение между плотностью и давлением.

Так как задаваемые по умолчанию параметры искусственной вязкости приводят к сильному рассеянию энергии, то для точного моделирования течения жидкости с низкой вязкостью предложено переписывать их значения либо с использованием карты \*Control\_Bulk\_Viscosity, которая работает во всей области расчета, либо при помощи карты \*Hourglass для каждой карты жидкости SPH. Рекомендуется задавать значение квадратичного коэффициента объемной вязкости  $Q_1$  в диапазоне от 0,01 до 0,1, а линейный коэффициент объемной вязкости  $Q_2$  принимать равным  $1,0 \times 10^{-12}$  (по сути это нуль, но введение нуля для LS-DYNA означает замену коэффициента величиной по умолчанию, равной 0,06). Для более сильных течений, граничащих с моделированием удара, может понадобиться увеличить эти значения, чтобы обеспечить стабильность расчета.

### Численные примеры

#### Разрушение плотины с погруженным основанием

В этом двумерном моделировании объем воды, первоначально находится за затвором плотины, который открывается в момент времени  $t = 0$ . По другую сторону от затвора находится неглубокий слой воды, на который приходится удар объема воды, находящейся слева от затвора. Геометрия задачи дана на Рис. 1, а некоторые экспериментальные данные содержатся в ссылке [12]. Исследование формирования и распространения волны оказывается весьма интересным, поскольку начальная волна от падающего объема воды слева сталкивается с неглубоким слоем воды справа. На Рис. 2 приводится сравнение между экспериментом и двумя расчетами: моделированием методом ICFD (гидродинамика несжимаемой жидкости), проведенным в LS-DYNA, и моделированием методом SPH при помощи формулировки течения жидкости. Кадры сделаны для  $t = 0,156$  с,  $t = 0,219$  с,  $t = 0,281$  с,  $t = 0,343$  с,  $t = 0,406$  с,  $t = 0,468$  с и  $t = 0,531$  с. Согласие между двумя численными методами и экспериментальными данными весьма удовлетворительное. На кадрах моделирования и ICFD, и SPH показаны профили поля давления, между двумя методами наблюдается очень хорошая корреляция.

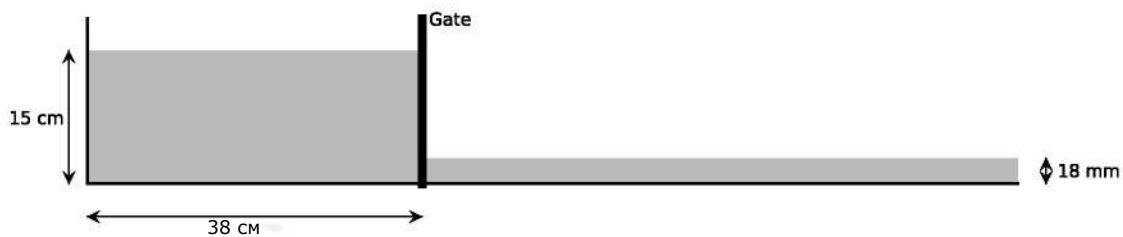


Рисунок 1:

Развитие разрушения плотины, геометрия задачи

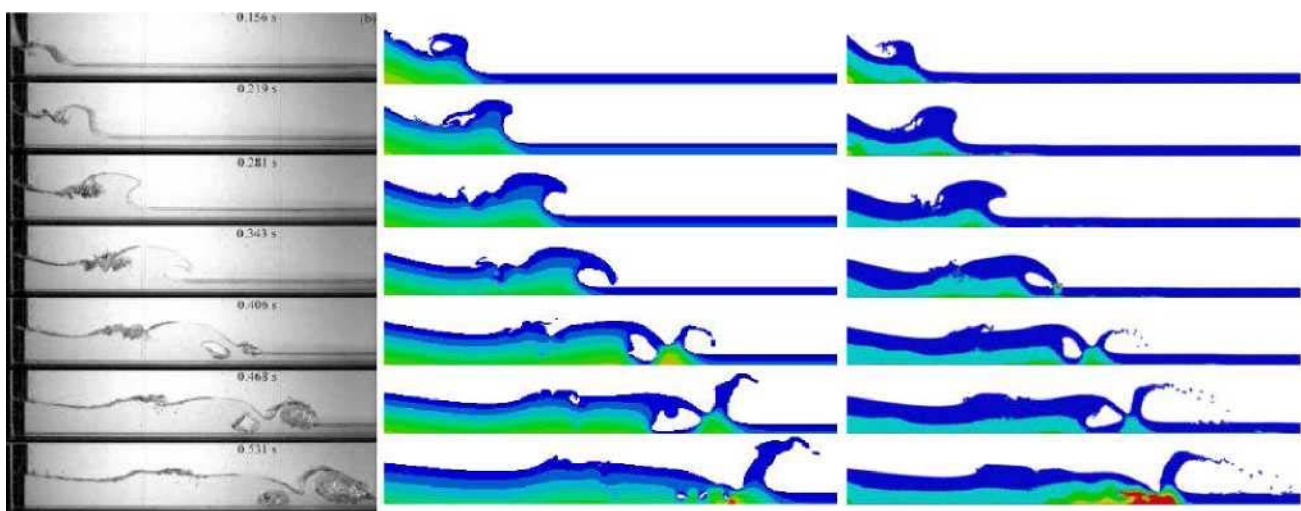


Рисунок 2. Развитие разрушения плотины, сравнение между экспериментом [12] (слева), моделированием LS-DYNA методом ICFD (в центре) и моделированием LS-DYNA методом SPH (справа).

### Взаимодействие волны и сооружения

Это трехмерное моделирование включает формирование волны, ее распространение и удар по колонне квадратного поперечного сечения. Основной целью этого расчета является определение общей силы, действующего со стороны потока на препятствие, и сравнение величины, полученной численным методом, с экспериментальными данными, содержащимися в работе [13]. Геометрия задачи дана на Рис. 3, а кадры моделирования — на Рис. 4. Общая сила, действующая на препятствие и в эксперименте, и при численном моделировании, представлена на Рис. 5. Вновь можно отметить очень хорошее совпадение результатов: моделирование должным образом описывает не только начальный удар волны, но и более сложное взаимодействие по мере того, как волна доходит до задней стенки, отражается и обтекает препятствие. Качественное сравнение с решателем ICFD программы LS-DYNA также показало очень похожее течение при моделировании этими двумя методами.

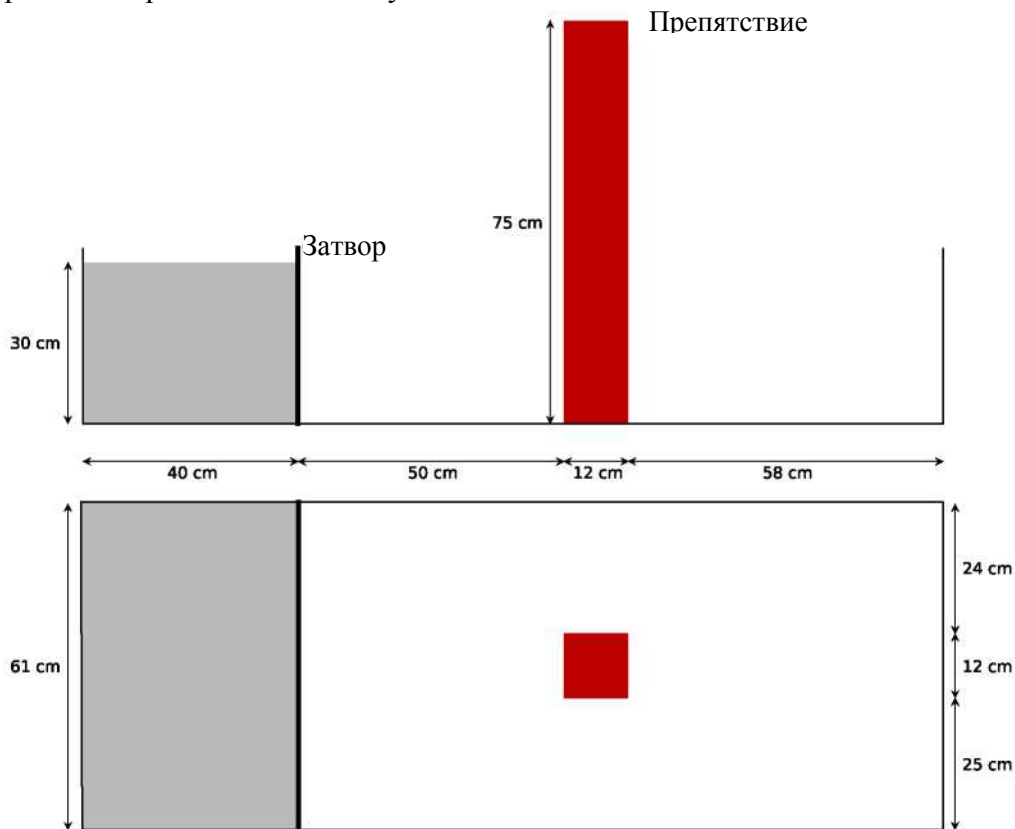


Рисунок 3. Взаимодействие волны и конструкции, геометрия задачи

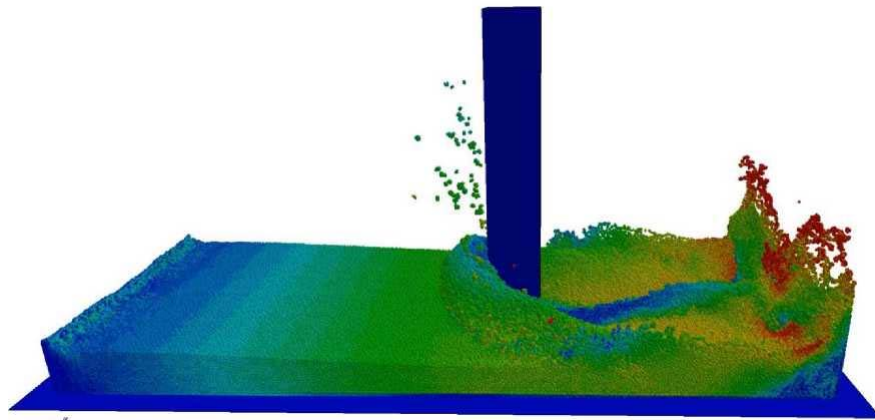


Рисунок 4. Взаимодействие волны и сооружения (кадр моделирования методом SPH, момент удара волны)

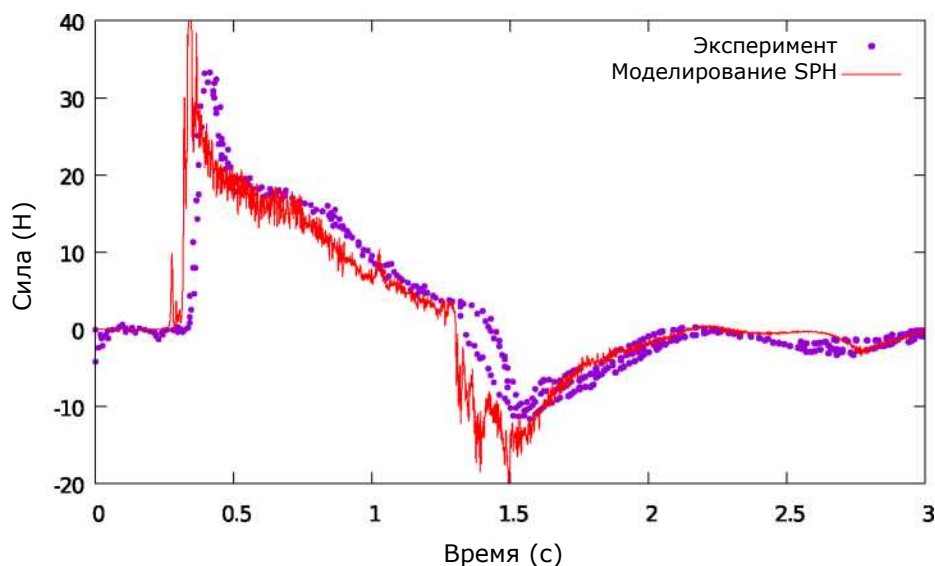


Рисунок 5. Взаимодействие волн и препятствия: полная сила, прилагаемая водой к конструкции, сравнение между экспериментальными данными и моделированием методом SPH

### Заключение

В LS-DYNA была реализована новая формулировка, предназначенная для моделирования течения жидкости при помощи решателя SPH. Была разработана слабо сжимаемая методика с использованием специального уравнения состояния для достижения эффективности и фильтрация плотности для достижения точности. Также рассмотрены практические рекомендации по выбору параметров искусственной вязкости. Метод был проверен в двух- и трехмерной постановке, продемонстрировано хорошее согласие с имеющимися экспериментальными данными. Приводится сравнение с результатами, полученными с помощью решателя ICFD программы LS-DYNA.

### Литература

- [1] Gordon R. Johnson, Eric H. Petersen, and Robert A. Stryk. "Incorporation of an SPH option into the EPIC code for a wide range of high velocity impact computations". In: International Journal of Impact Engineering 14.1 (1993).
- [2] Gordon R. Johnson, Robert A. Stryk, and Stephen R. Beissel. "SPH for high velocity impact computations". In: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 139.14 (1996).
- [3] Larry D. Libersky et al. "Recent improvements in SPH modeling of hypervelocity impact". In: International Journal of Impact Engineering 20.610 (1997).
- [4] Sharen J Cummins and Murray Rudman. "An SPH Projection Method". In: Journal of Computational Physics 152.2 (1999).
- [5] J Monaghan and Andrew Kos. "Solitary Waves on a Cretan Beach". In: Journal of Waterway Port Coastal and Ocean Engineering 125 (May 1999).
- [6] Moncho Gomez-Gesteira et al. "State-of-the-art of classical SPH for free-surface flows". In: Journal of Hydraulic Research 48.sup1 (2010).
- [7] Damien Violeau and Benedict D. Rogers. "Smoothed particle hydrodynamics (SPH) for free-surface flows: past, present and future". In: Journal of Hydraulic Research 54.1 (2016).
- [8] J.R. Shao et al. "An improved SPH method for modeling liquid sloshing Hydrodynamics". In: Computers & Structures 100101 (2012).
- [9] M. Gomez-Gesteira et al. "SPHysics development of a free-surface fluid solver Part 1: Theory and formulations". In: Computers & Geosciences 48 (2012).
- [10] Andrea Colagrossi and Maurizio Landrini. "Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics". In: Journal of Computational Physics 191.2 (2003).
- [11] FD Murnaghan. "The compressibility of media under extreme pressures". In: Proceedings of the National Academy of Sciences 30.9 (1944).
- [12] Imre M. Janosi et al. "Turbulent drag reduction in dam-break flows". In: Experiments in Fluids 37.2 (2004).
- [13] Todd Silvester and Paul Cleary. "Wave-Structure in Interaction Using Smoothed Particle Hydrodynamics". (2006)