

Параметрическое исследование сходимости метода сглаженных частиц Галеркина (SPG) при анализе разрушения малопластичных и пластичных материалов

Йоукай У, С. Т. У, Вэй Ху

Livermore Software Technology Corporation (LSTC)

7374 Las Positas Road, Livermore, CA 94551, U.S.A.

Резюме

В этой работе представлено современное состояние реализации метода сглаженных частиц Галеркина (Smoothed Particle Galerkin, SPG) [1, 2] в программном комплексе LS-DYNA®. Метод SPG – это бессеточный метод нового поколения, разработанный для моделирования разрушения мало пластичных и пластичных материалов [3-5]. В отличие от традиционного метода конечных элементов (FEM), в котором для имитации разделения материала применяется эрозия элемента, в методе SPG вводится критерий разрушения материала, основанный на квази-химических связях, и этот критерий воспроизводит сильную разрывность в поле смещения при сохранении основных системных уравнений. Математический и численный анализ свидетельствуют, что схема SPG является стабильной и сходящейся при моделировании процессов разрушения материалов.

В настоящее время одним из основных применений метода SPG является моделирование производственных процессов, проходящих с разрушением материала, таких как клёпка, нарезание резьбы, сверление и механическая обработка. Метод SPG также можно использовать для моделирования разрушения материала в задачах на высокоскоростное ударное пробивание. В настоящей статье мы представим несколько примеров анализа, при котором метод SPG применяется для моделирования разрушения мало пластичных и пластичных материалов в промышленных приложениях. Для иллюстрации эффективности метода SPG в этих применениях мы рассмотрим параметры метода и его сходимость, в том числе влияние критерия разрушения, размера опорных узлов и степени дискретизация расчетной области. Также подробно остановимся на некоторых сложных вопросах моделирования, которые касаются определяющего соотношения для материала, связанных с этим ключевых слов LS-DYNA и типов формулировок метода SPG.

Ключевые слова: метод сглаженных частиц Галеркина (SPG), сходимость, разрушение.

1. Введение

В автомобильной промышленности испытания на безопасность проводятся на моделях аварий, параметры которых соответствуют разрушению несущих и соединительных материалов конструкции, что в свою очередь определяет уровень защиты пассажиров. В силу этого процесс разрушения должен описываться по мере возможности точно. Однако построение экспериментального прогноза разрушения и его калибровка являются очень затратными по времени и средствам. Эти расходы можно существенно сократить, если использовать эффективный численный подход, который может давать надежные прогнозы.

Будучи хорошо отработанным численным методом, метод конечных элементов (FEM) успешно применяется в различных вариантах моделирования в промышленности с 1940-х гг. Однако хорошо известно, что традиционный конечно-элементный анализ плохо описывает разрушение из-за допущения о непрерывном поле смещения. Для того чтобы ввести в конечно-элементный анализ разрывность смещения, обычно применяется способ удаления (эрозии) элементов, что приводит к потерям массы, момента и энергии. Более того, критерий удаления (эрозии) зависит от размеров элемента и модели. В результате силовой отклик обычно оказывается недооцененным, и механизм разрушения описывается физически некорректно. Эти проблемы во многом ограничивают применение традиционного конечно-элементного метода при анализе разрушения материала.

С другой стороны известно, что бессеточными методами, получившими сильное развитие в 1990-е гг., можно обрабатывать большие искажения формы материала, смещающиеся границы, свободные поверхности и движущиеся разрывы непрерывности, что потенциально позволяет прогнозировать разрушение материала. В ряду различных бессеточных методов для моделирования разрушения пластичных и мало пластичных материалов специально разрабатывался метод сглаженных частиц Галеркина (smoothed particle Galerkin, SPG) [1, 2]. Теория и некоторые применения метода SPG хорошо описаны в соответствующей литературе [1-5]. Метод SPG – истинный метод частиц, в котором не используются никакие сетки, в том числе и для пространственной интеграции области расчета. Методика SPG позволяет справиться с такими печально известными проблемами, с которыми аналитики сталкиваются при применении бессеточных методов, как низкоэнергетические режимы, нестабильность растяжения, локализация деформаций и избыточное деформирование. Низкоэнергетические режимы подавляются стабилизирующим членом, который основан на штрафах, выводимом из сглаживания смещения без подгонки параметров. Нестабильность растяжения смягчается за счет предложенного анизотропно обновляемого лагранжева ядра (Lagrangian kernel). Локализация деформации, вызванная нестабильным состоянием материала, упорядочивается за счет так называемого морфинга (алгоритма плавного перехода от одного состояния к другому) [6]. Избыточная деформация преодолевается за счет введения сильного разрыва непрерывности в поле смещения, в котором для разрушения и разделения материала используется феноменологический механизм разрушения на основе квази-химической связи. Критерий разрушения можно легко задать в феноменологических определяющих законах материала. Методика SPG реализована только в программе LS-DYNA. Для демонстрации эффективности метода SPG при анализе разрушения материала в настоящей работе представлены исследования параметров метода SPG и его сходимости при моделировании разрушения пластичных и мало пластичных материалов.

2. Ключевые слова LS-DYNA для анализа методом SPG

На Рис. 1 приводится постановка задачи для анализа методом SPG по состоянию на март 2018 года, в которой минимизированы требования к пользовательскому вводу по сравнению с первоначальной реализацией.

Анализ методом SPG начинается с точно такой же дискретизации, как и трехмерный конечно-элементный анализ с объемными элементами. Все геометрические формы объемных элементов, например, тетраэдры, пятигранники, шестигранники, семи- и восьмигранники допустимы в методе SPG. Единственное различие заключается в том, что параметр “SECID” в карточке “*PART” должен быть отмечен как “*SECTION_SOLID_SPG” вместо обычного “*SECTION_SOLID”. Необходимо подчеркнуть, что для анализа методом SPG значение параметра “ELFORM” карты “*SECTION_SOLID_SPG” следует задать равным 47, несмотря на то, что слово “SPG” было включено в заголовок ключевого слова. Точно такое же слово “*ELEMENT_SOLID” применяется для соединения элементов, которые используются только для расчета начальной массы и объема каждого узла.

Большинство параметров в карточке “*SECTION_SOLID_SPG” могут получать приведенные в Таблице 1 значения по умолчанию. В то время как все остальные параметры на входных карточках можно оставлять незаполненными, пользователь должен выбрать подходящую функцию ядра (kernel function, “KERNEL”) в соответствии с деформационными характеристиками и критериями разрушения, исходя из свойств материала. Чтобы численный отклик имел физический смысл, нужно использовать достаточно обоснованные параметры критерия разрушения.

```

*PART
SPG
      $# PID          SECID          MID          EOS ID          HGID          GRAV          ADOPT          TMID
      1              1              3615         3615            0              0              0              0
*SECTION SOLID      SPG
      $# SECID        ELFORM          AET
      1              47              0
      $# DX           DY             DZ           I SPLINE        KERNEL          LSCALE          SMSTEP          SWTIME
      $# I DAM        FS             STRETCH      ITB             1              ISC
      0.45           1.25

```

Рисунок 1. Задание анализа SPG

Таблица 1. Параметры метода SPG

Параметр	Смысл и значение по умолчанию
ELFORM	Должно быть 47
DX, DY, DZ	Нормализованный опорный размер По умолчанию: 1.5 если KERNEL=2 1.6 если KERNEL=0 1.8 если KERNEL=1
ISPLINE	Тип функции ядра По умолчанию: 0 – кубическая функция В-сплайна
KERNEL	Тип ядра =0: обновленная функция Лагранжа (для задач с доминированием растяжения) =1: ядро функции Эйлера (большие и очень большие деформации, глобальный отклик) =2: ядро псевдо-функции Лагранжа (очень большая деформация, лок. отклик)
SMSTEP	Интервал временных шагов для обновления ядерной функции По умолчанию: 15, если KERNEL=0 5, если KERNEL=1 30, если KERNEL=2
IDAM	Индикатор повреждения =0: механика сплошного тела (устаревший параметр) =1: действующая пластическая деформация (по умолчанию) =2: 1-е главное напряжение
FS	Действующая пластическая деформация при разрушении, если IDAM=1 (иначе не используется)
STRETCH	Относительное отношение растяжения при разрыве связей (химических), не используется, если IDAM≠0
ITB	Индикатор стабилизации По умолчанию: 1, если KERNEL=0 или 1 2, если KERNEL=2
ISC	Индикатор само-контакта между разрушившимися частицами при анализе задачи на ударное пробивание (чтобы активировать параметр, пользователь должен ввести модуль Юнга материала)

3. Механизм разрушения связей в методе SPG

В рамках метода SPG реализован механизм разрушения связей, который обеспечивает описание разрушения и разделения материала и, более того, предотвращает ложное (ускоренное) нарастание разрушения в случае чрезвычайно больших деформаций. Этот механизм разрушения называется «разрушением химической связи» потому, что взаимодействие двух соседних узлов рассматривается как поведение химической связи, которая разрывается при достижении некоторого критерия. Конкретно, две соседние частицы считаются разъединенными при бессеточном поиске соседних частиц, когда их усредненная действующая пластическая деформация и относительное отношение растяжения достигают соответственно своих критических значений.

Другими словами, для пары узлов K и J функция формы SPG может быть задана таким образом:

$$\Phi_K(x_J) = \begin{cases} 0 & \text{если } \overline{\varepsilon}_{KJ}^p > \overline{\varepsilon}_{crit}^p \text{ и } e_{KJ} > e_{crit} \\ \left\{ \sum_{I=1}^{NP} \Psi_I(x_J) \Psi_K(x_I) \right\} & \text{иначе} \end{cases} \quad (1)$$

где $\overline{\varepsilon}_{KJ}^p = [\overline{\varepsilon}^p(\mathbf{x}_K) + \overline{\varepsilon}^p(\mathbf{x}_J)]/2$ – усредненная действующая пластическая деформация в узлах K и J , а $\overline{\varepsilon}_{crit}^p$ – ее критическое значение; $e_{KJ} = \|\mathbf{x}_K - \mathbf{x}_J\| / \|\mathbf{X}_K - \mathbf{X}_J\|$ – отношение относительного удлинения между узлами K и J , где \mathbf{x} и \mathbf{X} – текущие и исходные координаты.

Механизм разрыва квази-химической связи проиллюстрирован на Рис. 2. Опора узла 2 захватывает узлы 1, 3, 8, 9, 10 помимо самого узла 2. Следовательно, существует 5 связей, т.е. 2-1, 2-3, 2-8, 2-9 и 2-10, присоединенных к узлу 2. Аналогичным образом существует 7 связей, т.е. связи 1-2, 1-4, 1-5, 1-6, 1-7, 1-8 и 1-10, присоединенных к узлу 1. Если одновременно выполняется два условия $\overline{\varepsilon}_{12}^p = [\overline{\varepsilon}^p(\mathbf{x}_1) + \overline{\varepsilon}^p(\mathbf{x}_2)]/2 > \overline{\varepsilon}_{crit}^p$ и $e_{12} > e_{crit}$, то связь 1-2 (или 2-1) разрывается. Тогда $\Phi_2(\mathbf{x}_1) = 0$ и $\Phi_1(\mathbf{x}_2) = 0$. Однако $\Phi_2(\mathbf{x}_k) \neq 0$ при $k = 3, 8, 9, 10$ и $\Phi_1(\mathbf{x}_k) \neq 0$ при $k = 4, 5, 6, 7, 8, 10$, что означает, что все остальные связи по-прежнему соединены. А следовательно, переменные состояния (напряжение и деформация) в узлах 1 и 2 будут регулярно возникать в соответствии с деформацией и законом данного материала. Единственное изменение заключается в том, что узел 2 не учитывается при расчете узла 1 и наоборот, хотя в пространственном отношении их опоры могут накладываться друг на друга.

Таким образом, в отличие от механизма разрушения в методе конечных элементов, где элемент удаляется (эродирует) с потерей массы в соответствии со специально подобранным критерием, и напряжение на элементе становится равным нулю (потеря момента) при разрушении, что часто ведет к недооценке сил реакции и нефизичному режиму разрушения, механизм разрушения квази-химических связей метода SPG сохраняет массу и момент, что позволяет более точно предсказывать силы и дает более корректные режимы разрушения.

Также необходимо отметить, что так как действующая пластическая деформация на каждой частице монотонно нарастает в ходе деформации, кинематическое разъединение (т.е. разрыв связей) между двумя частицами пары рассматривается как постоянный и необратимый процесс. Это является сущностной характеристикой метода SPG в анализе разрушения материала, поскольку таким образом проблема самозалечивания материала полностью устраняется из моделирования процесса разрушения при использовании эйлеровского подхода.

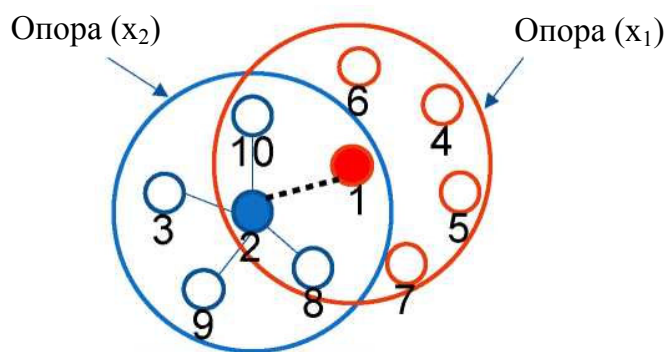


Рисунок 2. Иллюстрация механизма разрыва связей метода SPG

4. Метод SPG в анализе пластического разрушения

В этом разделе мы оценим работоспособность метода SPG в анализе пластического разрушения при трехмерном моделировании механической обработки металла. Эксперимент для этого моделирования был проведен в ITRI (Институт исследований промышленной технологии, Тайвань) [3] и для сравнения в ходе эксперимента регистрировались силы реакции. Также проводились исследования сходимости и чувствительности основных параметров метода SPG.

4.1. Геометрия и дискретизация

На Рис. 3 (а) даны размеры детали, использованной в эксперименте. Деталь крепится по нижней грани. Резец диаметром 10 мм сделан из закаленной мягкой стали и моделируется как жесткое тело (конечно-элементный метод). Резец вращается со скоростью 8000 об/мин, скорость подачи в направлении x составляет 3000 мм/мин (Рис. 3 (b)). Глубина и толщина резания составляют 10 и 1 мм соответственно. Материал обрабатываемой детали – алюминиевый сплав 6061-T6, моделируется законом материала Джонсона-Кука. Смазка в эксперименте не использовалась, поэтому в моделировании мы рассматривали все поверхности как чистые и сухие. Для моделирования разрушения и разделения материала, обрезаемого при процессе очень большой деформации механической обработки использовался механизм разрыва связей SPG таким образом, что проблемы избыточных деформаций и паразитного роста повреждений устранялись в ходе численного моделирования.

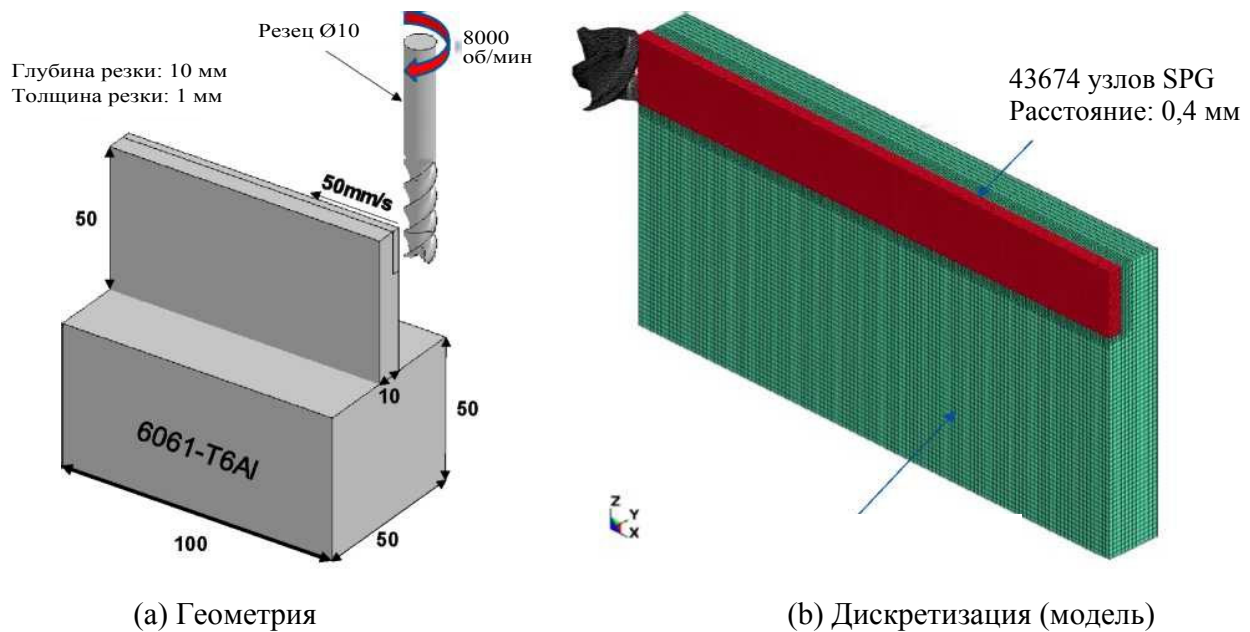


Рисунок 3. Механическая обработка металла: постановка задачи и дискретизация (модель)

Для получения верных результатов при разумных затратах на вычисления мы использовали упрощенную структуру, показанную на Рис. 3 (b), исходя из того, что физический смысл задачи не претерпит катастрофических изменений при таком упрощении. В упрощенной структуре резец моделируется только по своей рабочей длине в 10 мм (т. е. по контакту с обрабатываемой деталью). С другой стороны, обрабатываемая деталь приближенно задается только своей верхней частью (длина 100 мм, высота 50 мм и толщина 10 мм), хотя и закреплена по нижней части.

Для дальнейшего сокращения процессорного времени мы моделировали методом SPG только ту часть детали, которая была в окрестностях резца, а оставшаяся большая часть детали моделировалась конечно-элементным методом (КЭ) (Рис. 3 (b)). Возможность связать конечно-элементный метод с методом SPG была исследована ранее [3]. Расстояние между узлами в области SPG составляет 0,40 мм, для округления SPG используется нормализованный размер опоры узла в 1,8. Мы заметили, что деформация при механической обработке металла является весьма локализованной, когда образуются стружки, и использовали ядро псевдо-функции Лагранжа (KERNEL=2) для функции формы SPG, которая обновлялась каждые 15 явных шагов по времени. Для моделирования контакта между резцом и обрабатываемой деталью использовался стандартный рикошетный (pin-ball) алгоритм контакта [7]; во время моделирования коэффициент трения (COF) между резцом и деталью принимался равным 0,5 ([согласно www.EngineeringToolBox.con](http://www.EngineeringToolBox.com)).

4.2. Силовые отклики

На Рис. 4 представлено сравнение сил реакции, зафиксированных в ходе эксперимента, и полученных при применении различных численных методов. Рис. 4 (a) показывает, что решение методом SPG очень хорошо согласуется с экспериментальными данными. С другой стороны, очевидна явная недооценка сил для конечно-элементного решения с эрозией элементов, что явно происходит из-за потери массы и момента при эрозии (удалении) элементов после разрушения. На Рис. 5 показана эволюция действующей пластической деформации в процессе механической обработки (синий: 0.0, красный: 0.40). Осколки (стружки), состоящие из групп частиц, описываются подходом SPG, что соответствует экспериментальным наблюдениям. Описание стружки

(осколков) важно для этого типа анализа, поскольку надо конструировать какие-то защитные конструкции, чтобы осколки не повреждали окружающее оборудование. Если использовать конечно-элементный анализ с эрозией, то осколки не были бы описаны, так как все они удаляются после разрушения.

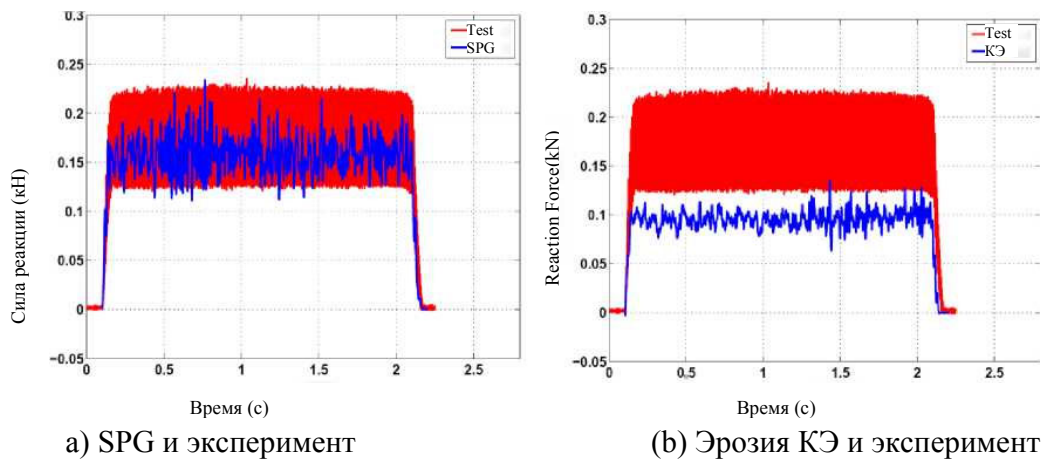
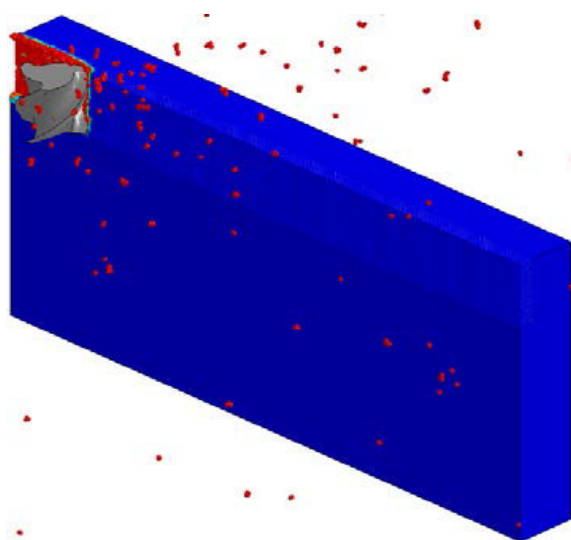
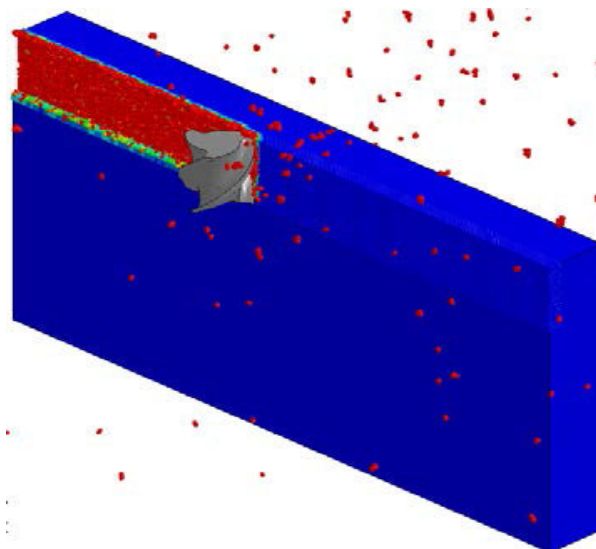


Рисунок 4. Механическая обработка металла: сравнение сил



t = 0,3 с



t = 0,9 с

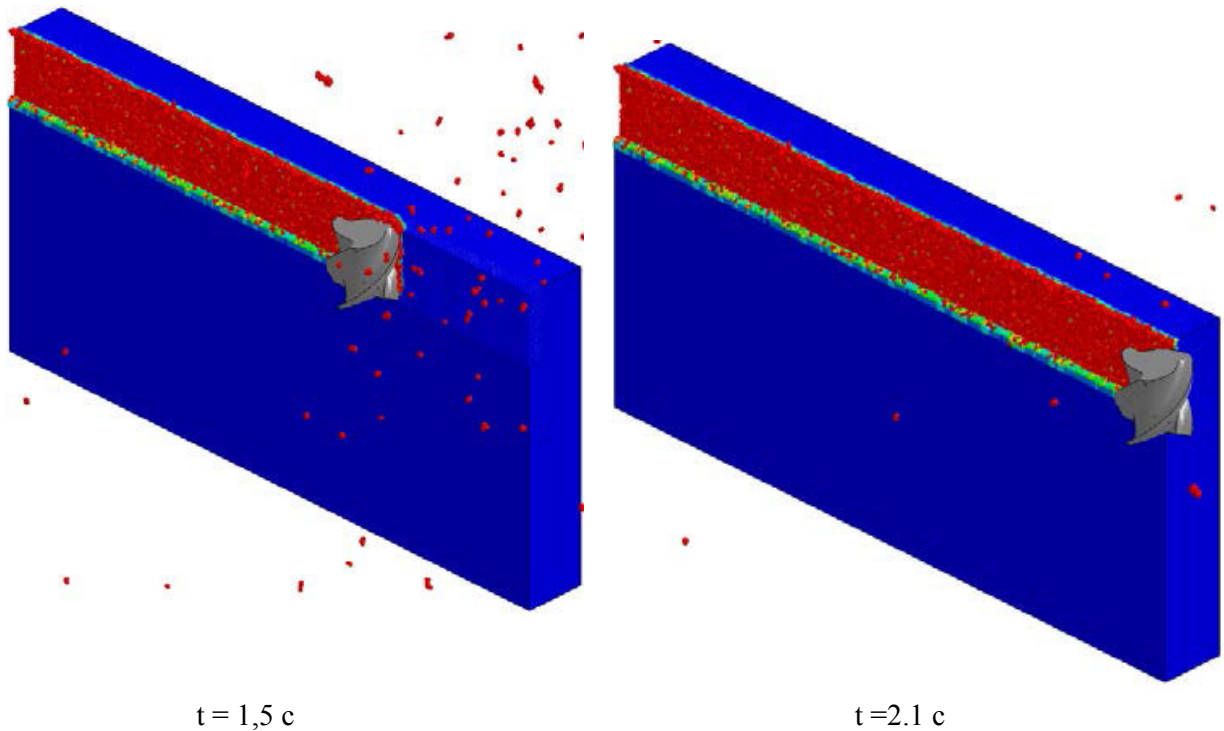


Рисунок 5. Механическая обработка металла: развитие действующей пластической деформации и образование осколков (SPG)

4.3. Чувствительность параметров метода SPG

На Рис. 6 проиллюстрировано исследование параметров процесса механической обработки металла. Рисунок 6 (а) иллюстрирует численную сходимость метода SPG. Числа в легенде графика показывают расстояния между узлами при различных дискретизациях SPG. Так как толщина срезаемого слоя составляет 1,0 мм, расстояние между узлами в 0,30 мм указывает на то, что в процессе механической обработки будет удалено 4 узла, при размере 0,40 мм удаляются 3 узла, а расстояние между узлами в 0,75 мм приводит к удалению двух узлов. Очевидно, что численное решение сходится по мере того, как шаг дискретизации уменьшается.

На Рис. 6 (b) приведен график сил реакции, полученных при различных критериях разрыва связей. Кажется, что сила не слишком чувствительна к критериям разрыва связей SPG, будь то критическая действующая пластическая деформация в 0,2 (FS0.2) или в 0,4 (FS0.4). Однако в случае варианта FS0.4 наблюдаются более высокие осцилляции, что, возможно, связано с несколько избыточным деформированием, что в свою очередь подразумевает, что критерии разрушения, возможно, были заданы неправильно (немного завышенное значение, чтобы произошло физическое разрушение). На рисунке 6 (c) приводится график сил реакции, полученных при различных частотах обновления функции ядра, которая составляла 30 (SM30), 15 (SM15) и 5 (SM05) явных временных шагов соответственно. Наблюдается очень незначительная чувствительность к интервалу обновления функции ядра. На Рисунке 6 (d) показаны силы реакции, полученные при различных нормализованных размерах опоры: 1,6

(SP1.6) и 1,8 (SP1.8). Сильной зависимости от нормализованного размера опоры у численных результатов не наблюдается.

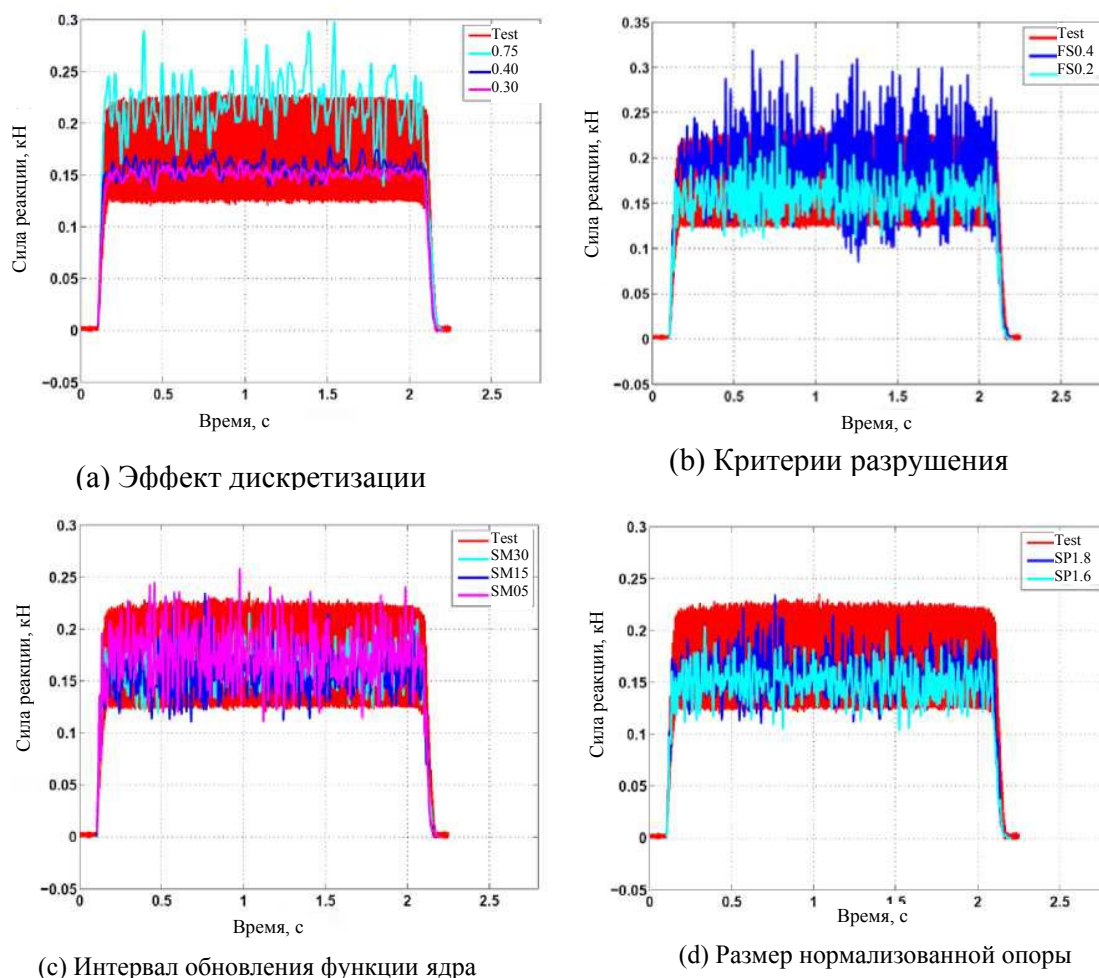


Рисунок 6. Механическая обработка металла: чувствительность параметров метода SPG

5. Метод SPG для анализа мало пластичного разрушения

Эффективность метода SPG при моделировании мало пластичного разрушения продемонстрирована в этом разделе статьи на примере анализа задачи по пробиванию бетонного блока ударником. Также проведены исследования сходимости параметров.

5.1. Геометрия и дискретизация

Эксперимент описан в статье Ганчака с соавторами [8]. В эксперименте использовался квадратный железобетонный блок с габаритами 610×610×178 мм, схематически представленный на Рис. 7 (а). Блок опирается на два противоположных края. Прочность бетона на сжатие составляет 48 МПа. В центр блока перпендикулярно ударяет ударник с оживальной передней частью с диаметром 25,4 мм и длиной 144 мм со скоростью 750 м/с. Масса ударника составляет 0,53 кг.

Арматура в этом исследовании не моделируется, так как не оказывает значительного влияния на остаточную скорость ударника [8]. Из Рис. 7 (b) следует, что ударник моделируется как упругое тело. Для сокращения вычислительных затрат только малая часть бетонного блока аппроксимируется по методике SPG, а большая часть – конечно-элементным методом. Расстояние

между узлами в области SPG составляет примерно 4,1 мм в плоскости и 6,4 мм вне плоскости, а размер нормализованной опоры составляет 1,4. Для моделирования поведения бетона используется модель материала K&C (mat072r3) и соответственно параметр FS для разрыва связей SPG устанавливается равным 1,98, что соответствует уменьшению прочности примерно в 95% перед разрушением, а растяжение для бетона обычно составляет не более 1% (STRETCH=1.01). Повреждение при воздействии ударником, как правило, очень локализовано, поэтому для SPG-аппроксимации используется псевдо-Лагранжева функция ядра (KERNEL=2), которая обновляется каждые 30 явных шагов по времени. Взаимодействие между разрушившимися частицами вдоль траектории перфорации описывается само-контактным алгоритмом SPG (модуль Юнга для бетона устанавливается индикатором ISC). Для моделирования контакта между ударником и бетонным блоком используется стандартный рикошетный (pin-ball) алгоритм контакта. При моделировании используется статический коэффициент трения COF = 0,05.

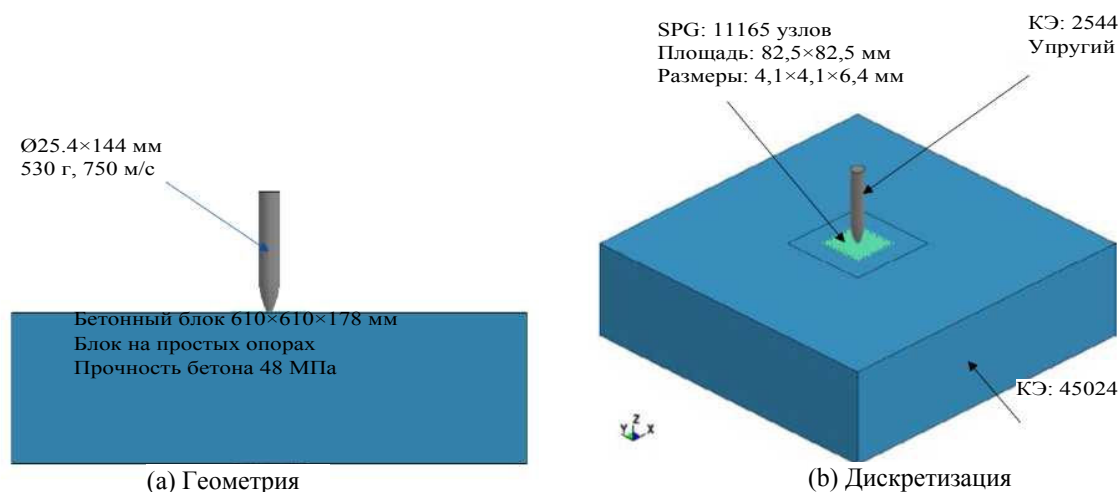


Рисунок 7. Пробивание бетонного блока: постановка задачи и дискретизация (модель)

5.2. Общий отклик

На Рисунке 8 приводится график скорости ударника по времени и глубина проникновения (ГП). Здесь ГП — это смещение ударника в направлении удара (ось z). Ударник достигает постоянной скорости после определенного отношения (время / ГП), что и показывает отклик пробивания. Также видно, что ударник достигает остаточной скорости, сравнимой с экспериментальным значением, после того как ГП достигает примерно толщины блока, что физически корректно, поскольку бетон является мало пластичным материалом. Более того, мы получаем практически постоянное замедление, что типично для откликов ударного пробивания и перфорации. Повреждение очень локализовано, что соответствует физическим явлениям при такого рода экспериментах. Материал теряет всю свою прочность, когда повреждение достигает 2,0, если не применяются никакие ограничивающие конструкции.

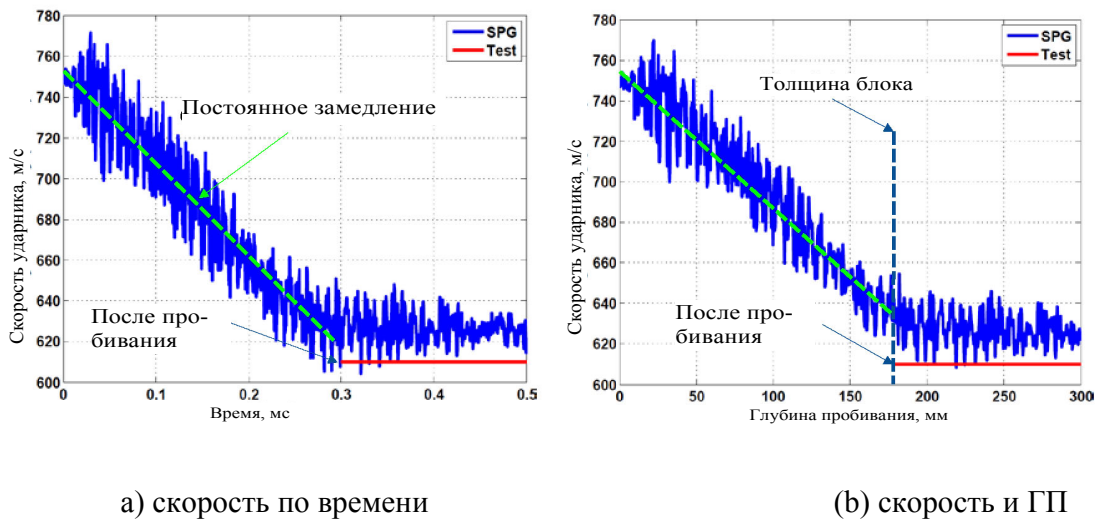


Рисунок 8. Пробивание бетонного блока: профиль скорости

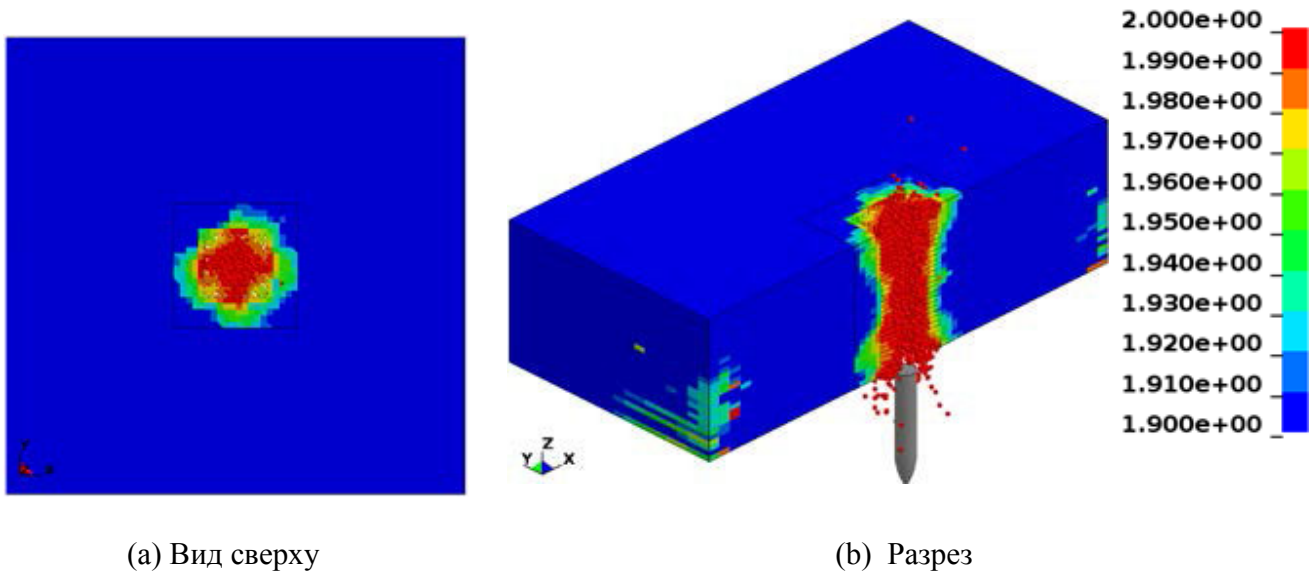


Рисунок 9. Пробивание бетонного блока: повреждение при завершении расчета

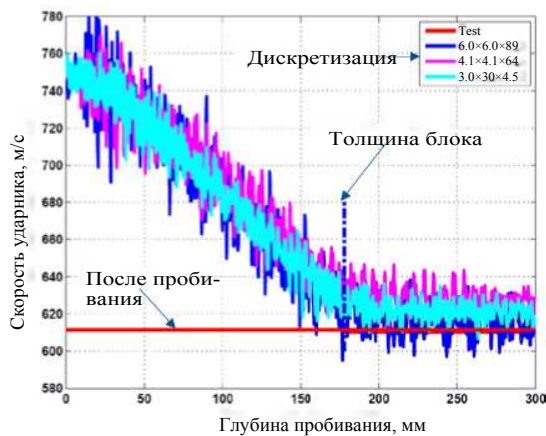
5.3. Исследование параметров SPG

На Рис. 10 (а) приводится сравнение численных результатов с экспериментальными данными, полученных при трех дискретизациях. В легенде приводится расстояние между узлами при дискретизации SPG в направлениях x , y и z соответственно. Все численные результаты близки друг к другу, что указывает на то, что решение почти не зависит от сетки. Также можно заключить из этого сравнения, что решение методом SPG – сходящееся.

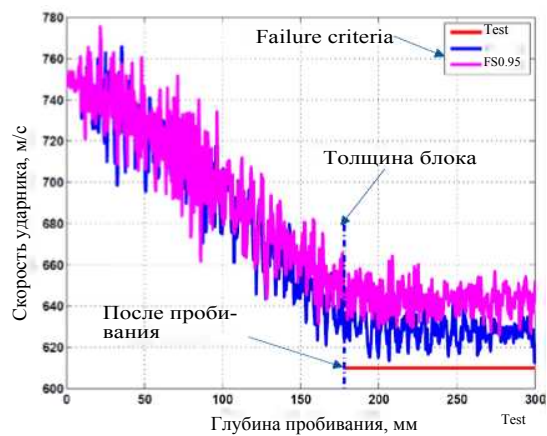
На Рис. 10 (b) показаны результаты, полученные при различных критериях разрыва связей метода SPG. Величина “FS0.95” означает, что разрыв SPG-связей происходит при уменьшении прочности на 95%, а значение “FS0.30” относится к разрыву связей при уменьшении прочности в 30%. Значения численного отклика очень близки друг к другу при таком огромном различии в критерии разрушения, что кардинально отличается от конечно-элементного метода с эрозией

(удалением) элементов. Такая нечувствительность к критерию разрыва связей может наблюдаться потому, что в этой задаче определяющую роль играет момент, что смягчает зависимость решения от прочности материала.

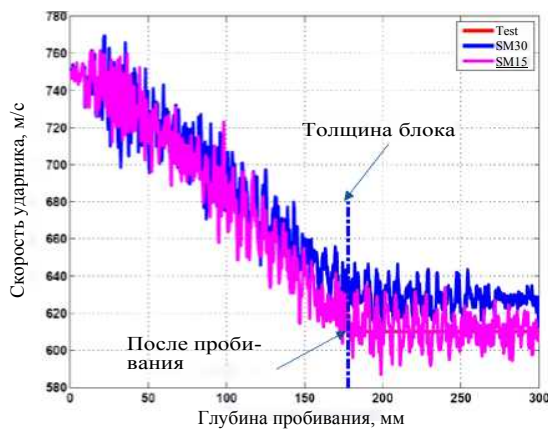
На Рис. 10 (с) приводится сравнение решений методом SPG, полученных при различных интервалах обновления функции ядра с экспериментальными данными, а на Рис. 10 (d) исследуются решения методом SPG при различных нормализованных размерах опоры. Зависимость от этого параметра незначительная.



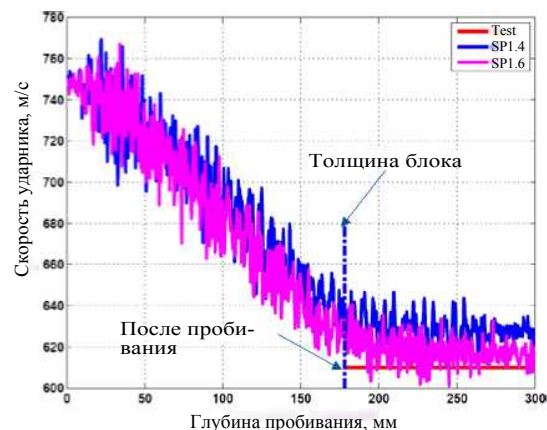
(a) Эффект дискретизации



(b) Критерии разрушения



(c) Интервал обновления функции ядра



(d) Нормализованный размер опоры

Рисунок 10. Пробивание бетонного блок: чувствительность параметров метода SPG

Заключение

В этой статье мы рассмотрели применение метода сглаженных частиц Галеркина (SPG) к расчету процессов разрушения пластичных и мало пластичных материалов. Для того чтобы моделировать разрушение материалов при промышленных процессах и пробивании мишени ударником в условиях больших деформаций, в рамках метода SPG реализован механизм разрушения, основанный на квази-химических связях. При моделировании разрушения материала с помощью механизма разрыва связей сохраняются масса и момент, что очень важно для прогнозирования сил реакции и режимов разрушения, и что очень сильно отличается от механизма разрушения с эрозией (удалением) элементов в конечно-элементных моделях.

При помощи метода SPG мы проанализировали механическую обработку металла (пластического) и пробивание бетонного блока (мало пластичного материала). Получены очень перспективные результаты и в качественном, и в количественном отношении. Получены сходящиеся и стабильные отклики. Исследования параметров показывают, что численные результаты в малой степени зависят от критериев разрыва SPG-связей как для пластичных, так и для мало пластичных материалов, что делает численную схему устойчивой и надежной, поскольку не требуется подгонять критерии разрыва связей, что опять-таки разительно отличается от конечно-элементного анализа с эрозией (удалением) элементов. Однако надо еще раз подчеркнуть, что для того, чтобы получать физически корректный отклик, параметры должны быть насколько возможно физически корректными. Исследования параметров также показали, что численные результаты очень слабо зависят от таких параметров метода SPG, как нормализованный размер опоры и интервал обновления функции ядра.

Благодарности

Авторы хотят поблагодарить д-ра Джона О. Холлквиста, корпорация LSTC, за поддержку этого исследования.

Литература

- [1] Wu CT, Koishi M, Hu W. A displacement smoothing induced strain gradient stabilization for the meshfree Galerkin nodal integration method. *Comput. Mech.* 56, 19-37, 2015.
- [2] Wu CT, Chi SW, Koishi M, Wu Y. Strain gradient stabilization with dual stress points for the meshfree nodal integration method in inelastic analysis. *Int. J. Numer. Methods Engrg.* 107, 3-30, 2016.
- [3] Wu CT, Bui TQ, Wu Y, Luo TL, Wang M, Liao CC, Chen PY, Lai YS. Numerical and experimental validation of a particle Galerkin method for metal grinding simulation. *Comput. Mech.* <https://doi.org/10.1007/s00466-017-1456-6>. 2017.
- [4] Wu CT, Wu Y, Crawford JE, Magallanes JM. Three-dimensional concrete impact and penetration simulations using the smoothed particle Galerkin method. *Int. J. Impact Engrg.* 106, 1-17, 2017.
- [5] Wu Y, Wu CT. Simulation of impact penetration and perforation of metal targets using the smoothed particle Galerkin method. Accepted, *J. Engrg. Mech.* 2017.
- [6] Wu CT, Wu Y, Koishi M. A Strain-morphed Nonlocal Meshfree Method for the Regularized Particle Simulation of Elastic- damage Induced Strain Localization Problems. *Comput. Mech.* 56 (6), 1039-1054, 2015.
- [7] Belytschko T, Liu WK, Moran B, Elkhodary KI. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Second Edition, John Wiley & Sons, Ltd., United Kingdom, 2014
- [8] Hanchak SJ, Forrestal MJ, Young ER, Erhrigott JQ. Perforation of concrete slabs with 48 MPa (7 ksi) and 140 MPa (20ksi) unconfined compressive strengths. *Int. J. Impact Engrg.*, 12, 1-7, 1992